***Методические рекомендации по решению текстовых задач по математике при подготовке к ГИА и ЕГЭ.***

***Текстовые задачи – традиционно трудный материал для значительной части школьников на ГИА и ЕГЭ. Вместе с тем, задачи играют важную роль в организации учебно-воспитательного процесса. Они являются и целью, и средством обучения, и математического развития школьников. С задачами (житейскими, производственными, научными и др.) человек встречается ежедневно. Научиться решать задачи, понимать их сущность, владеть общими методами поиска их решения чрезвычайно важно. И овладение умениями решать текстовые задачи является существенным фактором математического образования: они представляют собой мощное орудие формирования диалектико-материалистического мировоззрения учащихся. Во многом это связано с необходимостью четкого осознания различных соотношений между описываемыми в тексте задачи объектами.***

***Большинство учащихся не в полной мере владеют техникой решения текстовых задач, об этом можно судить по статистическим данным анализа результатов проведения ЕГЭ: решаемость задания, содержащего текстовую задачу, составляет около 50%.***

***Полный минимум знаний, необходимый для решения всех типов текстовых задач, формируется в течение первых девяти лет обучения учащихся в школе .С помощью текстовой задачи формируются важные обще-учебные умения, связанные с анализом текста, выделением главного в условии, составлением плана решения, проверкой полученного результата и, наконец, развитием речи учащегося. В ходе решения текстовой задачи формируется умение переводить ее условие на математический язык уравнений, неравенств, и систем уравнений и неравенств.***

***Актуальность выбранной темы определяется тем, что далеко не все ученики основной школы осваивают алгебраический метод решения текстовых задач даже на базовом уровне. Причин тому великое множество. Одни из них носят общий характер: устоявшийся страх перед задачей, отсутствие общих представлений о рассматриваемых в задачах процессах, неумение устанавливать, что дано в задаче, что надо найти, выявлять по тексту взаимосвязи рассматриваемых в задаче величин и т. п. Другие свидетельствуют о несформированности определенных умений и навыков: незнание этапов решения задачи, непонимание содержания и цели собственной деятельности на каждом из них, неумение решать уравнения или неравенства (или их системы) определенного вида, неумение производить отбор корней уравнения или решений неравенства в соответствии с условием задачи и т. д. Недостатки в овладении необходимыми приемами рассуждений, незнание общих методов решениязадач не дают возможности многим школьникам успешно работать над конкретной задачей.***

***Виды текстовых задач***

***В демоверсии КИМ по математике для ЕГЭ предложены две текстовые задачи В1 и В13. Результатом решения этих задач должно стать целое положительное число. Задания типа В1 проверяют умение выполнять арифметические действия, делать прикидку и оценку. Эти задания являются, действительно, очень простыми, что вводит учеников в заблуждение, и они начинают искать подвох.***

***Задания типа В13можно разделить на основные группы задач по данной теме: задачи на движение; задачи на работу; задачи на проценты ;задачи на смеси, сплавы и концентрацию.***

***Этапы решения задач***

***Процесс решения задачи можно разделить на 4 основных этапа:***

***Осмысление условия задачи (1 этап).***

***1). Умение анализировать требование задачи.***

***Под анализом требования задачи понимается выяснение возможных путей ответа на вопрос задачи.***

***2). Умение анализировать условие задачи.***

***Под анализом условия задачи можно понимать выявление такой информации, которая непосредственно не задана условием, но присуща ему.***

***Составление плана решения задачи (2-й этап).***

***Составление плана решения задачи, пожалуй, является главным шагом на пути ее решения. Правильно составленный план решения задачи почти гарантирует правильное ее решение. Составляя план решения задачи, всегда следует задавать себе (или решающему задачу ученику) вопрос: "Все ли данные задачи использованы?" Выявление неучтенных данных задачи облегчает составление плана ее решения.***

***Осуществление плана решения задачи (3-й этап).***

***План указывает лишь общий контур решения задачи. При реализации плана решающий задачу рассматривает все детали, которые вписываются в этот контур. Эти детали надо рассматривать тщательно и терпеливо. Но при этом ученику (решающему задачу) полезно следовать некоторым советам:***

***1). Проверяйте каждый свой шаг, убеждайтесь, что он совершён правильно. Иными словами, нужно доказывать правильность каждого шага ссылками на соответствующие, известные ранее математические факты, предложения.***

***2). Обратить внимание учащихся на необходимость выбора такого способа оформления решения, чтобы зафиксировать решение в краткой и ясной форме.***

***Изучение найденного решения задачи (4-й этап).***

***Заключительный этап является необходимой и существенной частью решения задачи. Основным содержанием его должно быть осмысление выполненного решения, формулирование и решение (если это окажется возможным) других задач, явно связанных с решенной, и извлечение из всей проделанной работы выводов о том, как находятся и выполняются решения. Начинать поиск решения задачи можно лишь тогда, когда ее условие полностью понято. Начинать поиск решения задачи можно лишь тогда, когда ее условие полностью понято .На ранее перечисленных этапах решения задачи самоконтроль проявляет себя как естественная неотрывная составляющая поисковой деятельности, которая может и не осознаваться учеником. Последнему этапу решения задачи - проверке и исследованию полученного решения присвоен особый статус этапа, на котором осуществляется самоконтроль.***

***В методике преподавания математике выделены различные формы самоконтроля, проводимые после завершения этапа реализации намеченного плана.***

***Вот примеры таких форм.***

***1. Проверка совпадения размерности ответа с требованием задачи. Например, при нахождении пути значение скорости (км /ч) умножается на значение времени (ч). Умножение наименований должно дать наименование длины (км ).***

***2. Проверка ответа по здравому смыслу. Например, скорость пешехода не может быть равной 15 км/ч, количество рабочих не может быть дробным и т. д. (Предложить детям задать вопрос «Может ли такое быть?»)***

***3. Проверка с помощью грубой прикидки. При этом данные грубо округляются, и выясняется порядок возможного результата.***

***4. Проверка совпадения размерности ответа с требованием задачи. Например, при нахождении пути значение скорости (км/ч) умножается на значение времени (ч). Умножение наименований должно дать наименование длины (км).***

***План подготовки уч-ся к решению текстовых задач.***

1. ***Вводное занятие. Понятие текстовой задачи.***

***Типы текстовых задач. Алгоритм решения текстовых задач.***

***Понятие текстовой задачи, этапы решения текстовой задачи, наглядные образы как средство решения математических задач, рисунки, схемы, таблицы, чертежи при решении задач, арифметический и алгебраический способы решения текстовой задачи.***

***2. Задачи на проценты.***

***Понятие процента, вводные задачи на доли, задачи на дроби, задачи на пропорции, процентное отношение, нахождение числа по его процентам, типы задач на проценты, процентные вычисления в жизненных ситуациях:( распродажа, тарифы, штрафы, банковские операции, голосования), примеры решения задач, процентные расчеты на ЕГЭ, процентные изменения, простой и сложный процентный рост, задачи, связанные с изменением цены, задачи о вкладах и займах, формула сложных процентов.***

***3. Задачи на смеси и сплавы.***

***Задачи на смеси и сплавы, основные допущения при решении задач на смеси и сплавы, задачи, связанные с понятием «концентрация», «процентное содержание», объёмная концентрация, исследовательская работа, процентное содержание, формула сложных процентов.***

***4. Задачи на работу.***

***Понятие работы, понятие производительности, алгоритм решения задач на работу, вычисление неизвестного времени работы ;путь, пройденный движущимися телами, рассматривается как совместная работа ;задачи на бассейн, заполняемый одновременно разными трубами, задачи, в которых требуется определить объём выполняемой работы,***

***задачи, в которых требуется найти производительность труда, задачи, в которых требуется определить время, затраченное на выполнение предусмотренного объёма работы, система задач, подводящих к составной задач.***

***5. Задачи на движение.***

***Задачи на движение.***

***Движения навстречу друг другу, движение в одном направлении, движение в противоположных направлениях из одной точки, движение по реке, движение по кольцевым дорогам, средняя скорость, движение протяженных тел.***

***Практические советы:***

*1. Записываем формулу-ключ: S = Vt.*

*2. Определяемся с иксом, расписываем через икс все данные. Особое внимание на величины, входящие в формулу-ключ: путь, скорость, время. Эти величины – основа решения задач на движение. Стараемся снять* ***всю*** *возможную информацию с задачи.*

*3. До составления уравнения, приводим (если надо) все величины задачи к единым единицам измерения.*

*4. Записываем уравнение. Если никак не записывается, читаем задачу. Скорее всего,  вы использовали не все данные из задачи или не увидели в тексте подсказки. Она, подсказка, всегда есть.*

*5. Решаем уравнение. При получении двух корней – за ответ берём приличный корень, несусветный и левый – отбрасываем*

|  |
| --- |
|  |
| ***Основные цели решения текстовых задач в школьном курсе математики:***  *-научить переводить реальные предметные ситуации в различные математические модели,*  *- Обеспечить усвоение учащимися основных методов и приемов решенияучебных математических задач.* |
| ***Этапы решения текстовых задач:***  *1. Анализ содержания задачи.*  *2. Поиск пути решения задачи и составление плана ее решения.*  *3. Осуществление плана решения задачи.*  *4. Проверка решения задачи.* |
| ***Стандартная схема решения таких задач включает в себя:***  *1.Выбор и обозначение неизвестных.*  *2.Составление уравнений (возможно неравенств) с использованием неизвестных и всех условий задачи.*  *3.Решение полученных уравнений (неравенств).*  *4.Отбор решений по смыслу задачи.* |
| ***Основными типами задач на движение являются :***  ***-задачи на движение по прямой (навстречу и вдогонку);***  ***- задачи на движение по замкнутой трассе;***  ***- задачи на движение по воде;***  ***- задачи на среднюю скорость;***  ***- задачи на движение протяжённых тел.*** |
| ***При решении этих задач принимают следующие допущения:***  ***Если нет специальных оговорок, то движение считают равномерным.***  ***Скорость считается величиной положительной.***  ***Всякие переходы на новый режим движения, на новое направление движения считают происходящим мгновенно.***  ***Если тело с собственной скоростью х движется по реке, скорость течения которой равна у, то скорость движения тела по течению считается равной (х + у), а против течения – равной (х–у).*** |
| *В задачах на движение используются обычно формулы, выражающие законы равномерного движения: S= V ·t, где S - пройденное расстояние, V – cкорость равномерного движения, t - время движения.*  *При составлении уравнений в таких задачах часто бывает удобно прибегнуть к геометрической иллюстрации процесса движения: путь изображается в виде отрезка прямой, место встречи движущихся с разных сторон объектов точкой на отрезке и т. д.*  *Часто для усложнения задачи её условие формулируется в различных единицах измерения (метры, километры, часы, минуты и т. д.). В этом случае при выписывании уравнений необходимо пересчитывать все данные задачи в одинаковых единицах измерения.* |
| ***Решение задач на движение*** |
| ***В задачах на движение есть две стандартные модели: движение навстречу друг другу и движение вдогонку.***  ***Встречное движение. Объекты, начавшие двигаться навстречу друг другу одновременно, движутся до момента встречи одинаковое время.***  ***В первой модели рассматривается как бы совместная скорость сближения, как сумма двух скоростей и поэтому время сближения считается так: t = S/v1+v2 .******Объекты, начавшие двигаться навстречу друг другу одновременно, движутся до момента встречи одинаковое время.***  ***Задача****. Из городов А и В, расстояние между которыми 480 км, навстречу друг другу выехали два автомобиля. Из города А со скоростью 55 км/ч, а из города В со скоростью 65 км/ч. Найдите расстояние от города А где они встретятся.*  ***Решение****: Время до встречи считается по формуле t = S/v1+v2 и равно 4 часа. Расстояние от города А до места встречи равно S =220 км.* | |
| *.Из городов A и B навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в B на 3 часа раньше, чем велосипедист приехал в A, а встретились они через 48 минут после выезда. Сколько часов затратил на путь из B в A велосипедист?*  *Ответ: 4ч* | |
| ***Движение в одном направлении***  ***Во второй модели время, за которое объект, идущий сзади с большей скоростью v1, догонит другой объект, идущий с меньшей скоростью v2, считается так: t = S/v1−v2, где S - расстояние между объектами в начальный момент времени.***  ***Задача****. Два пешехода отправляются из аптеки в одном направлении на прогулку по набережной. Скорость первого на 0,5 км/ч больше скорости второго. Найдите время в минутах, когда расстояние между ними станет 200 м.*  ***Решение****: Время в часах, за которое расстояние станет между ними 200 м, т.е. 0,2 км, считается по формуле t=0,2/0,5=0,4 часа. Значит, через 24 минуты расстояние между ними будет 200 м.* | |
| *Первый велосипедист выехал из поселка по шоссе со скоростью 15 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч из того же поселка в том же направлении выехал второй велосипедист, а еще через час после этого  — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через 2 часа 20 минут после этого догнал первого. Ответ дайте в км/ч.*  *Ответ: 25.* | |
| ***Движение в противоположных направлениях***  ***В таких задачах два тела могут начинать движение в противоположных направлениях из одной точки:***  ***а) одновременно;***  ***б) в разное время.***  ***А могут начинать свое движение из двух разных точек, находящихся на заданном расстоянии, и в разное время.***  ***Общим теоретическим положением для них будет следующее:***  ***V удал. = v1+ v2, где v1 и v2 соответственно скорости первого и второго тел.*** | |
| *. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 72 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 6 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 6 часов. В результате он затратил на обратный путь столько же времени, сколько на путь из А в В. Найдите скорость велосипедиста на пути из А в В. Ответ дайте в км/ч.*  *Ответ:6км/ч*    *.* | |
| ***Движение по воде***  ***При движении по течению реки скорость объекта складывается из его скорости в стоячей воде и скорости течения реки. При движении против течения реки, скорость объекта равна разности скорости объекта в стоячей воде и скорости течения реки.Движущийся плот всегда имеет скорость течения реки.*** | |
| *Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 60км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 8 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 56 часов после отплытия из него. Ответ дайте в км/ч.*  *Ответ: 24*    *.* | |
| ***Движение по замкнутой трассе***  ***Движение по замкнутой трассе (допустим по стадиону) похоже на движение вдогонку: если два бегуна начинают двигаться по окружности одновременно с разными скоростями соответственно v1 и v2 (v1 больше v2), то первый бегун приближается ко второму бегуну со скоростью v1−v2 и в момент, когда первый бегун догоняет второго бегуна, то первый бегун как раз проходит на один круг больше второго. И поэтому время считается так: t = S/v1−v2.***  ***Задача.*** *Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 16 км, в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч и через 40 минут после старта, он опережает второй автомобиль ровно на один круг. Найдите скорость второго автомобиля.*  ***Решение:*** *Пусть скорость второго автомобиля x км/ч, тогда 16/80−x= 40/60; x=56 (км/ч)-v2.*  *Если два велосипедиста одновременно начинают движение по окружности в одну сторону со скоростями v1 и v2 соответственно(v1>v2 соответственно), то 1-й велосипедист приближается ко 2 со скоростью v1 – v2. В момент, когда 1-й велосипедист в первый раз догоняет 2-го,он проходит расстояние на один круг больше.В момент, когда 1-й велосипедист во второй раз догоняет 2-го, он проходит расстояние на два круга больше и т. д.* | |
| *Из одной точки круговой трассы, длина которой равна15 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 60 км/ч, скорость второго равна 80 км/ч. Сколько минут с момента старта пройдет, прежде чем первый автомобиль будет опережать второй ровно на 1 круг?*  *Ответ: 45*    *.* | |
| ***Движение протяжённых тел***  ***В задачах на движение протяжных тел требуется определить длину одного из них. Наиболее типичные ситуации: определение длины поезда проезжающего мимо придорожного столба, идущего параллельно путям пешехода, лесополосы определенной длины, другого двигающегося поезда. В первом случае поезд проходит мимо столба расстояние, равное длине поезда, во втором случае — расстояние, равное сумме длин поезда и платформы.***  ***При решении задач на движение двух тел часто очень удобно считать одно тело неподвижным, а другое — приближающимся к нему со скоростью, равной сумме скоростей этих тел (при движении навстречу) или разности******скоростей (при движении вдогонку). Такая модель помогает разобраться с условием задачи.*** | |
| ***Задача****. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 30 секунд. Найти длину поезда в метрах.*  ***Решение****: Зная скорость движения v = 60 км/ч и время, равное 30 секунд = 1/120ч, за которое он проезжает мимо столба, можно найти длину поезда как пройденное расстояние*  *s = 60 х 1/120= 0,5 (км) = 500(м).* | |
| ***Задача.*** *Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 90 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которого 800 метрам, за 1 минуту. Найти длину поезда в метрах.*  ***Решение****: Зная скорость движения v = 90 км/ч и время, за которое он проезжает мимо лесополосы длиной 0,8 км за t = 1/60 ч, можно найти длину поезда как пройденное расстояние*  *s = 90 х 1/60 = 1,5 (км) плюс длина лесополосы 0,8 км и получим длину поезда равную 2,3км или 2300м.* | |
| *. По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй — длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет 400 метров. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?* | |
| ***Средняя скорость***  ***Чтобы определить среднюю скорость при неравномерном движении, надо весь пройденный путь разделить на все время движения.* *Средняя скорость. Если S - путь пройденный телом, а t - время за которое этот путь пройден, то средняя скорость вычисляется по формуле: v = S/t. Если путь состоит из нескольких участков, то для нахождения средней скорости на всем пути, надо весь пройденный путь разделить на сумму времени, затраченного на каждый участок пути.***  ***Задача.*** *Первую треть трассы велосипедист ехал со скоростью 12 км/ч, вторую треть - со скоростью 16 км/ч, а последнюю треть - со скоростью 24 км/ч. Найдите среднюю скорость велосипедиста на протяжении всего пути.*  ***Решение:*** *Пусть весь путь равен* ***3S****, тогда первую треть трассы велосипедист проехал за время t1=s/12, вторую треть - за время t2=s/16, последнюю треть - за время t3=s/24. Значит время потраченное на весь путь находится так t=t1+t2+t3=s/12+s/16+s/24=9s/48,и поэтому средняя скорость вычисляется так v=3s:9s/48=16 (км/ч).* | |
| *Автомобиль двигался 3,2ч по шоссе со скоростью 90км/ч, затем 1,5ч по грунтовой дороге со скоростью 45км/ч, наконец, 0,3ч по проселочной дороге со скоростью 30км/ч. Какова средняя скорость движения автомобиля на всем пути?*  *Ответ: 72,9 км/ч* | |

***Решение текстовых задач на смеси, сплавы , концентрацию***

***Задача***

***Смешали 30 % раствор соляной кислоты с 10 % и получили 600 г 15 % раствора. Сколько граммов первого раствора было взято?***

***Решение***

***0,3х + 0,1(600 – х) = 0,15 х 600***

***0,3х + 60 – 0,1х = 90***

***0,2х = 30***

***х = 150 (г) – первого раствора было взято.***

***Ответ: 150.***

***Задача***

***Бронза является сплавом меди и олова (в разных пропорциях). Кусок бронзы весом 96 кг содержащий 1/12 часть олова, сплавили с другим куском, содержащим 1/10 часть олова. Сколько килограмм весит второй кусок, если полученный сплав содержит 1/11 часть олова?***

***Решение***

***96\*1/12 + х\*1/10 = (96 + х)1/11***

***8 + 0,1х = 1/11х + 96/11***

***1/10х – 1/11х = 96/11 – 88/11***

***11/110х - 10/110х = 8/11***

***1/110х = 8/11***

***х = 8/11: 1/110***

***х = 80(кг) весит второй кусок.***

***Ответ: 80.***

***Задача***

***У хозяйки есть 5 л сахарного сиропа 50% концентрации. Сколько литров воды необходимо добавить для получения сиропа 20% концентрации?***

***Решение***

***(5 + х) 0,2 = 2,5***

***1 + 0,2х = 2,5***

***0,2х = 1,5***

***х = 1,5 : 0,2***

***х = 7,5(л) - воды необходимо добавить для получения сиропа 20% концентрации.***

***Ответ: 7,5.***

***Задача***

***Имеется два сплава меди и свинца. Один сплав содержит 15% меди, а другой 65% меди. Сколько нужно взять первого сплава, чтобы получить 200 г сплава, содержащего 30% меди?***

***Решение***

***0,15х + 0,65(200 – х) = 0,3\*200***

***0,15х + 130 – 0,65х = 60***

***0,5х = 70***

***х = 140(г) – первого сплава нужно взять.***

***Ответ: 140.***

***Заключение***

***Для того чтобы научиться решать задачи, надо приобрести опыт их решения. Редкие ученики могут сделать это самостоятельно. Надо помочь учащимся приобрести опыт решения задач, научить их решать задачи. Нельзя забывать, что "умение решать задачи есть искусство, приобретаемое практикой". При подготовке к ЕГЭ ученики решают задачи на движение, работу, производительность труда, процентный прирост, процентное содержание и др. Имея опыт решения текстовых задач не только с помощью составления уравнений, но и арифметическим способом, они выбирают наиболее рациональный способ решения задачи.***

*Учебно-тематический план спецкурса: «Решение текстовых задач»*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№**  **занятия** | **Содержание учебного материала** | **Кол-во**  **часов** |
|  | **I. Введение в спецкурс.** | **1** |
| **1** | Текстовые задачи и техника их решения. | 1 |
|  | **II. Задачи на движение.** | **11** |
| **2**  **3** | Движение по течению и против течения. | 2 |
| **4**  **5**  **6** | Равномерное и равноускоренное движение по прямой. | 3 |
| **7**  **8** | Движение по окружности. | 2 |
| **9**  **10** | Графический способ решения задач на движение. | 2 |
| **11** | Практикум по решению задач. | 1 |
| **12** | Творческий отчет по теме «Задачи на движение». | 1 |
|  | **III. Задачи на сплавы, смеси, растворы.** | **4** |
| **13** | Задачи на сплавы, смеси, растворы. | 1 |
| **14**  **15** | Практикум по решению задач. | 2 |
| **16** | Зачёт по теме «Задачи на сплавы, смеси, растворы» | 1 |
|  | **IV. Задачи на работу.** | **4** |
| **17** | Задачи на работу. | 1 |
| **18**  **19** | Практикум по решению задач. | 2 |
| **20** | Зачёт по теме «Задачи на работу» | 1 |
|  | **V. Задачи на проценты.** | **5** |
| **21** | Задачи на проценты. | 1 |
| **21**  **23**  **24** | Задачи с экономическим содержанием. Формула сложных процентов. | 3 |
| **25** | Практикум по решению задач. | 1 |
|  | **VI. Задачи на числа.** | **4** |
| **26** | Задачи на числа. | 1 |
| **27**  **28** | Практикум по решению задач. | 2 |
| **29** | Творческая работа по темам: « Задачи на проценты», « Задачи на числа». | 1 |
|  | **VII. Рациональные методы решения задач.** | **2** |
| **30** | Решение задач с конца. | 1 |
| **31** | Решение задач с помощью графов. | 1 |
|  | **VIII. Задачи повышенной трудности.** | **3** |
| **32**  **33** | Решение задач повышенной трудности. | 2 |
| **34** | **Итоговое занятие.** | 1 |